

# EAGE



SATBAYEV  
UNIVERSITY



ИНЖЕНЕРНАЯ :  
— И РУДНАЯ — :  
ГЕОФИЗИКА : 2018

23 – 27 апреля 2018 г. ■ Алма-Ата, Казахстан

Генеральный спонсор



[www.eage.ru](http://www.eage.ru)

# ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ

Е.В. КАРШАКОВ

ИПУ РАН

ООО «Геотехнологии»



# **ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ В АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ**

- 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР**
- 2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КАК СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ**
- 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА**
- 4. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ: РАСЧЕТ КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ**
- 5. ВЫВОДЫ**

1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ  
ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР  
СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

Smith, R. [2014] Electromagnetic induction methods in mining geophysics from 2008 to 2012. *Surv. Geophys.*, 35, 123–156

Legault, J.M. [2015] Airborne electromagnetic systems – state of the art and future directions: *CSEG Recorder*, 40(6), 38–49

Hodges, D.G. and Christensen, A.N. [2017] Airborne geophysics: Proceedings of Exploration 17: 6th International Conference on Mineral Exploration. Tschirhart, V. and Thomas , M.D. Eds., 5–16

# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ



# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ



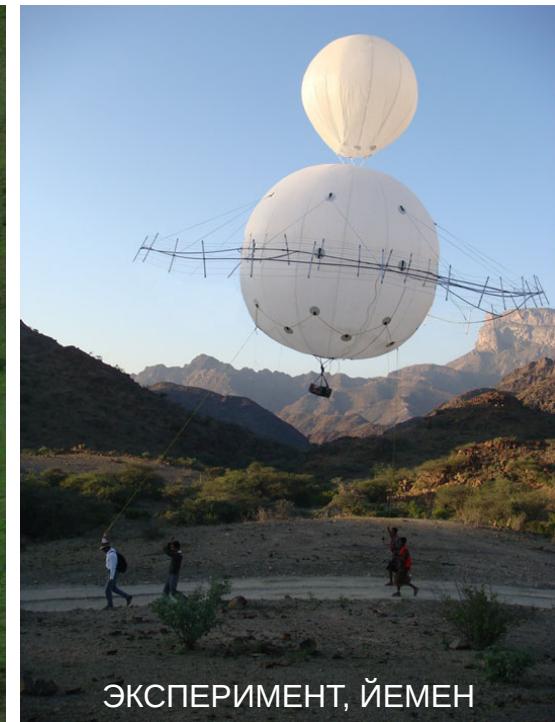
AG-CAT, XCALIBUR, ЮАР



TEM-8, BATTELLE, США

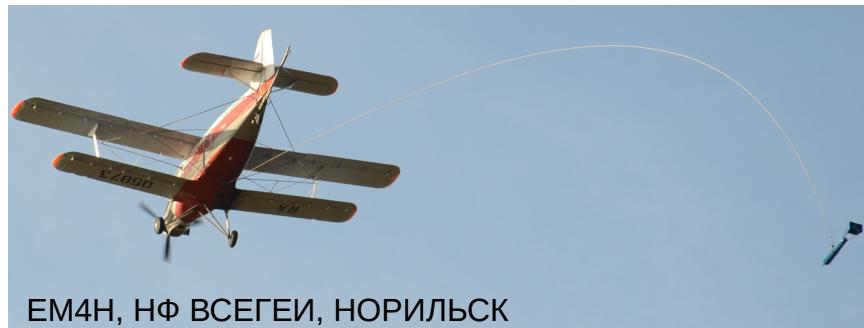


XCITE, NRG, ЮАР

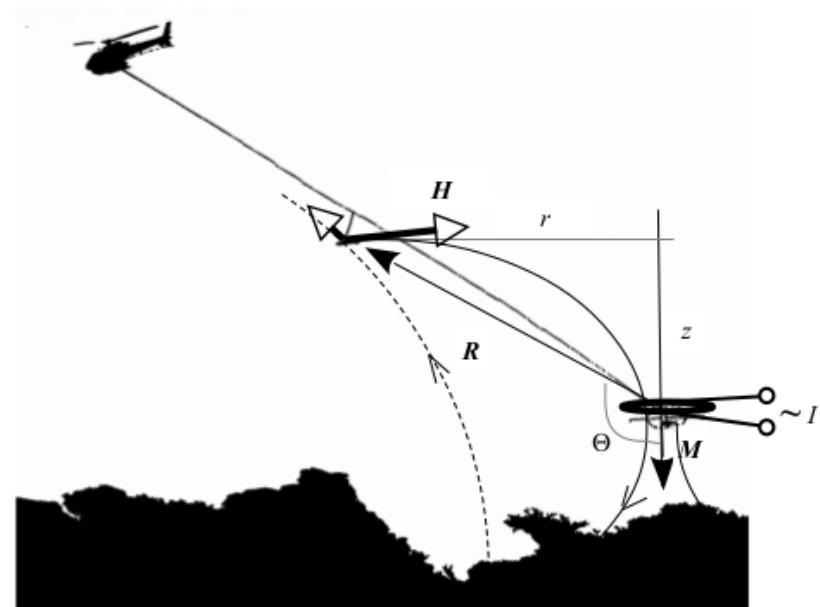
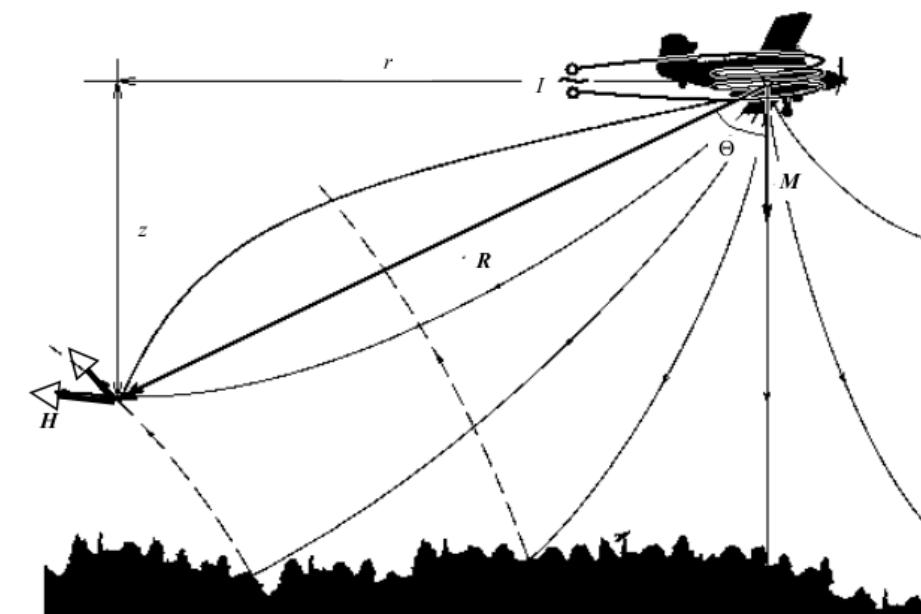


ЭКСПЕРИМЕНТ, ЙЕМЕН

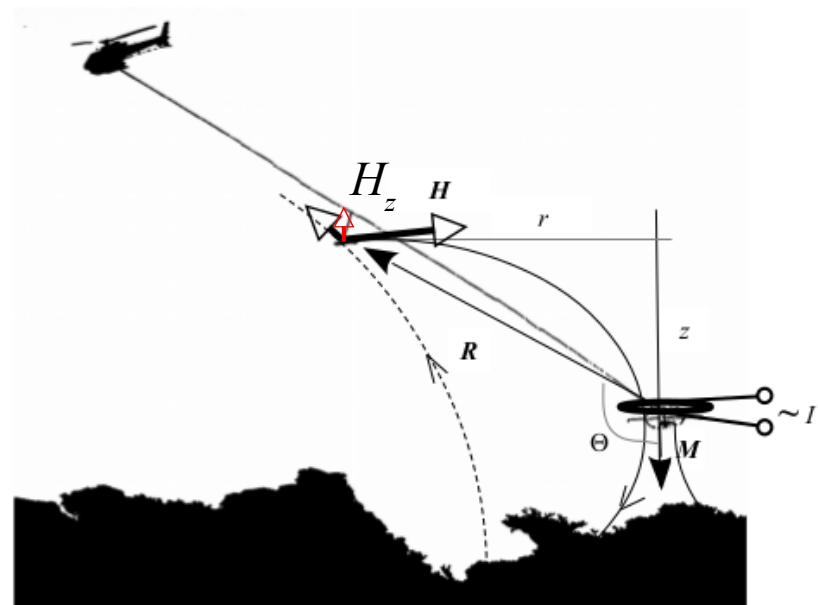
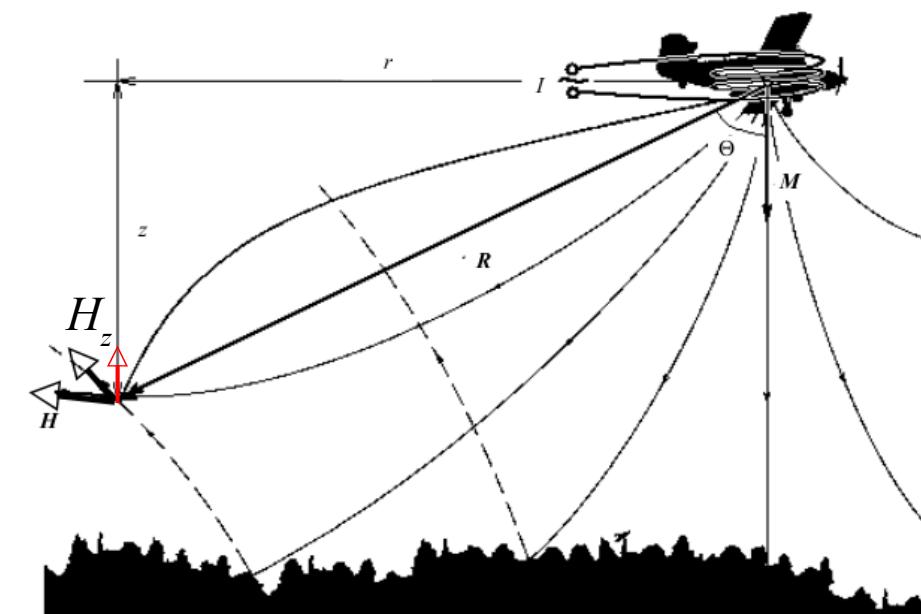
# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ



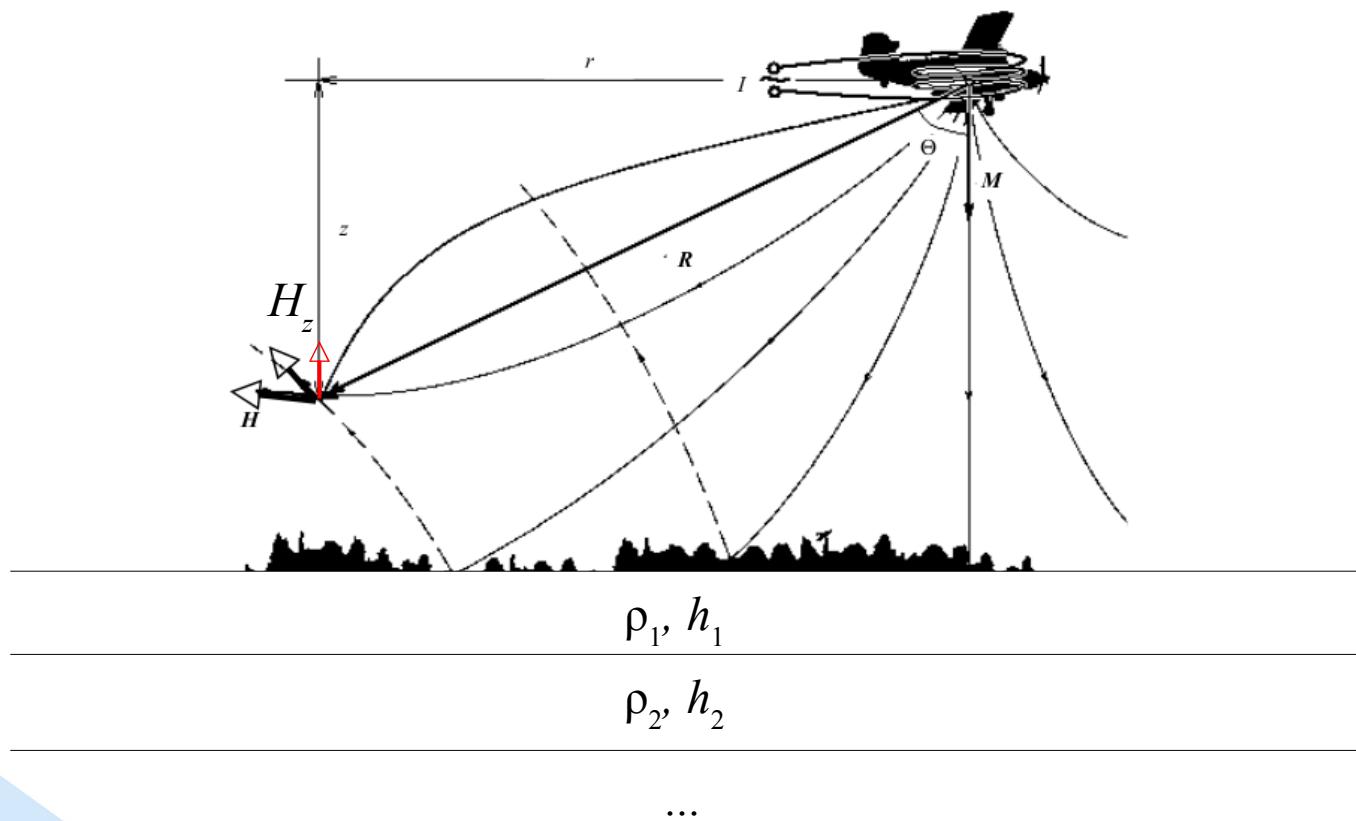
# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ



# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ



# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР СИСТЕМЫ АЭРОЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ



## 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР МЕТОДЫ ИНВЕРСИИ

Guillemoteau, J., Sailhac, P. and Béhaegel, M. [2011] Regularization strategy for the layered inversion of airborne transient electromagnetic data: application to in-loop data acquired over the basin of Franceville (Gabon). *Geophysical Prospecting*, 59, 1132–1143

Chang-Chun, Y., Xiu-Yan, R., Yun-He, L., Yan-Fu, Q., Chang-Kai, Q. and Jing, C. [2015] Review on airborne electromagnetic inverse theory and applications. *Geophysics*, 80(4), W17–W31

Auken, E., Boesen, T. and Christiansen, A.V. [2017] A review of airborne electromagnetic methods with focus on geotechnical and hydrological applications from 2007 to 2017. Chapter 2 in: *Advances in Geophysics*, 58, 47–93

# 1. ОБЗОР СОВРЕМЕННЫХ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭР МЕТОДЫ ИНВЕРСИИ

## Метод Гаусса-Ньютона

**LCI**  
laterally constrained  
inversion (Лев.-Марк.)

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{x}}^+ &= \widetilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{S}^T \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \widetilde{\mathbf{x}}^-) \\ \widetilde{\mathbf{x}}_j^- &= \widetilde{\mathbf{x}}_{j-1}^+ \\ \mathbf{S} &= \lambda \mathbf{I}\end{aligned}$$

**VCI**  
vertically constrained  
inversion (рег. Тихонова)

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{x}}^+ &= \widetilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{D}^T \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \widetilde{\mathbf{x}}^-) \\ \widetilde{\mathbf{x}}^- &= 0 \\ \mathbf{D} &= \\ &\left| \begin{array}{ccc} 1/\delta h_1 & -1/\delta h_1 & \\ 1/\delta h_2^2 & -2/\delta h_2^2 & 1/\delta h_2^2 \\ & \dots & \\ & & \dots \\ 1/\delta h_{N-1}^2 & -2/\delta h_{N-1}^2 & 1/\delta h_{N-1}^2 \\ & -1/\delta h_N & 1/\delta h_N \end{array} \right|\end{aligned}$$

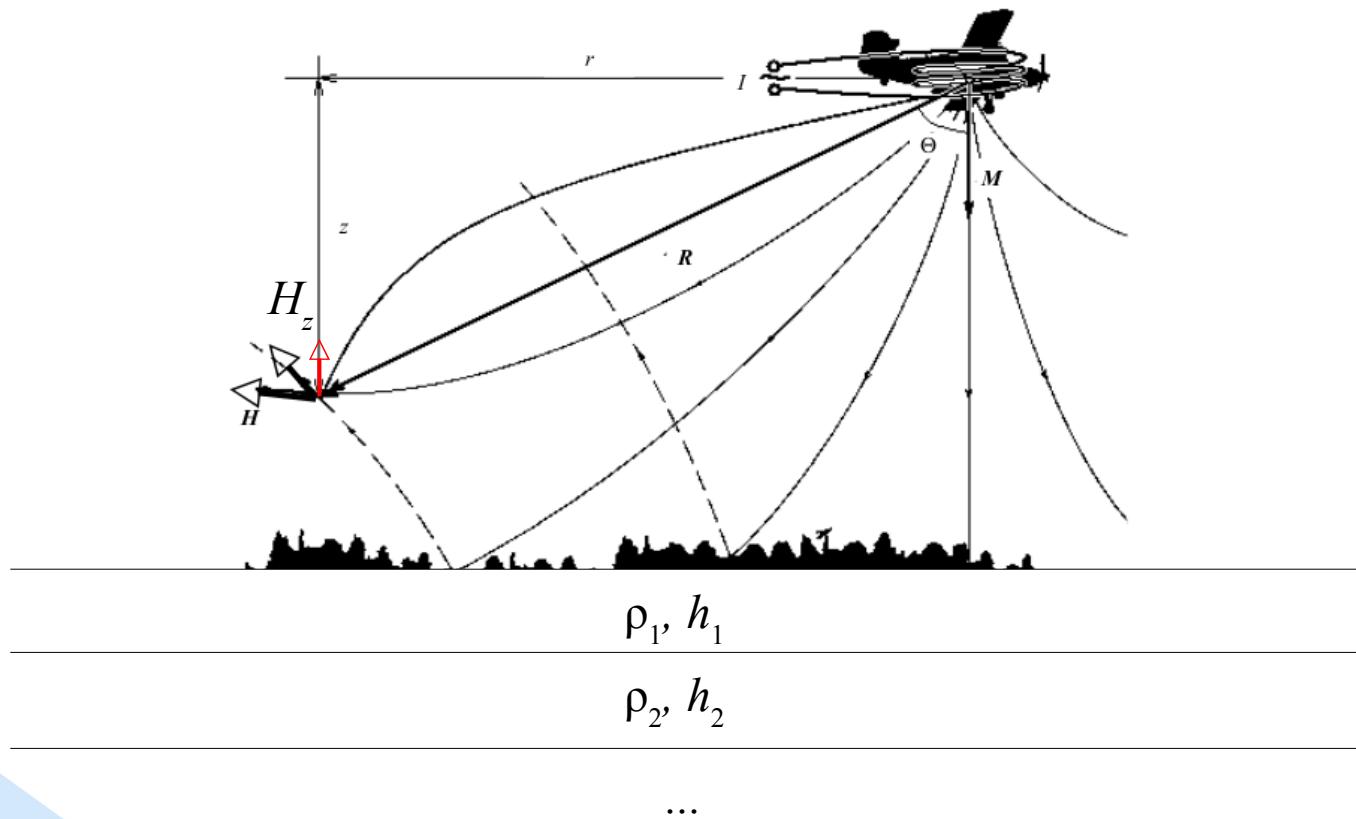
**SVD**  
singular value  
decomposition

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{x}}^+ &= \widetilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \widetilde{\mathbf{x}}^-) \\ \widetilde{\mathbf{x}}^- &= 0 \\ \mathbf{R} &= \mathbf{I} \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} &\rightarrow \mathbf{V} \Lambda^{-1} \mathbf{U}^T\end{aligned}$$

## 2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КАК СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ

$$t_j: \quad \mathbf{z}_j = (\operatorname{Re} H_z(\omega_0), \operatorname{Im} H_z(\omega_0), \dots, \operatorname{Re} H_z(\omega_K), \operatorname{Im} H_z(\omega_K), H_z(\delta t_0), \dots, H_z(\delta t_S)), \quad \mathbf{z}_j \in \mathbf{R}^N$$

$$\mathbf{x}_j = (\ln \rho_1, \dots, \ln \rho_m, \ln h_1, \dots, \ln h_{m-1}), \quad \mathbf{x}_j \in \mathbf{R}^M$$



## 2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КАК СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$H_z(r, z, h_T, \omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty u(n_0, z, h_T, \omega) J_0(n_0 r) n_0^2 dn_0,$$

$$u(n_0, z, h_T, \omega) = \frac{M e^{-n_0(z+h_T)}}{2} \cdot \frac{n_1 - n_0 R^*}{n_1 + n_0 R^*},$$

$$R^* = \operatorname{th} \left[ n_1 h_1 + \operatorname{arcth} \left[ \frac{n_1}{n_2} \operatorname{th} \left( n_2 h_2 + \cdots \left( n_{K-1} h_{K-1} + \operatorname{arcth} \frac{n_{K-1}}{n_K} \right) \cdots \right) \right] \right], \quad n_j = \sqrt{n_0^2 - \frac{i \omega \mu_0}{\rho_j}}, \quad \operatorname{Re} n_j > 0,$$

$$H_z(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^L S H_z([1+2k]\omega_0) \cdot S T([1+2k]\omega_0) \cdot S R([1+2k]\omega_0) \cdot e^{-i[1+2k]\omega_0 t}$$

## 2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КАК СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}$$

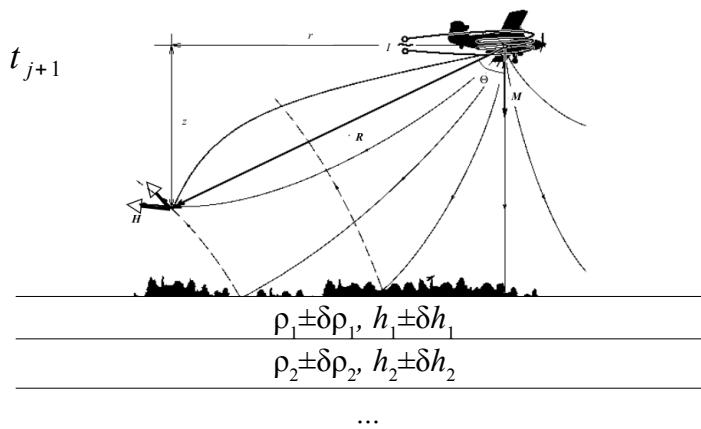
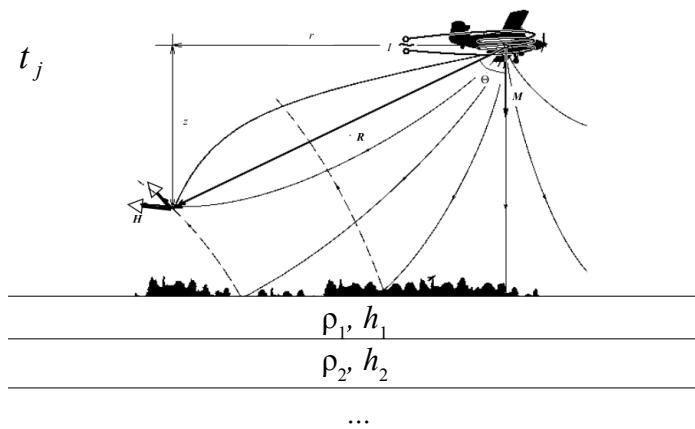
$$\widetilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\mathbf{x}_0], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\Delta \mathbf{x}_0 \Delta \mathbf{x}_0^T].$$

## 2. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КАК СТОХАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ОЦЕНИВАНИЯ

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk} \quad \mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{x}_j + \mathbf{q}_j$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\mathbf{x}_0], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\Delta \mathbf{x}_0 \Delta \mathbf{x}_0^T].$$



### 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}$$

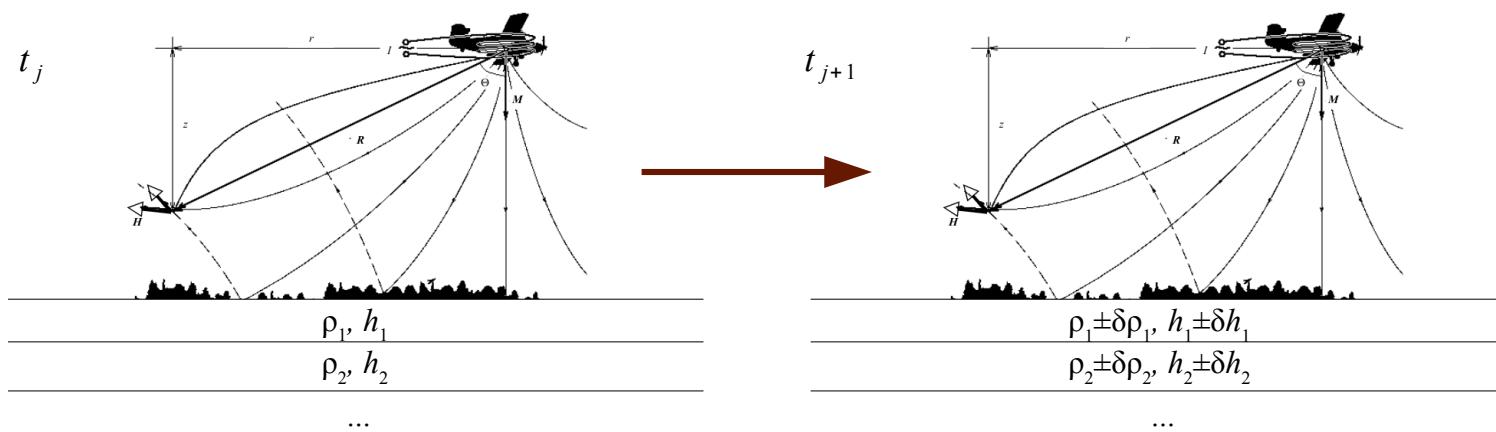
$$\widetilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\mathbf{x}_0], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\Delta \mathbf{x}_0 \Delta \mathbf{x}_0^T].$$

### 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}$$

$$\widetilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\mathbf{x}_0], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\Delta \mathbf{x}_0 \Delta \mathbf{x}_0^T].$$



#### 1. ЭТАП ПРОГНОЗА

$$\widetilde{\mathbf{x}}_j^- = \mathbf{f}_{j-1}(\widetilde{\mathbf{x}}_{j-1}^+),$$

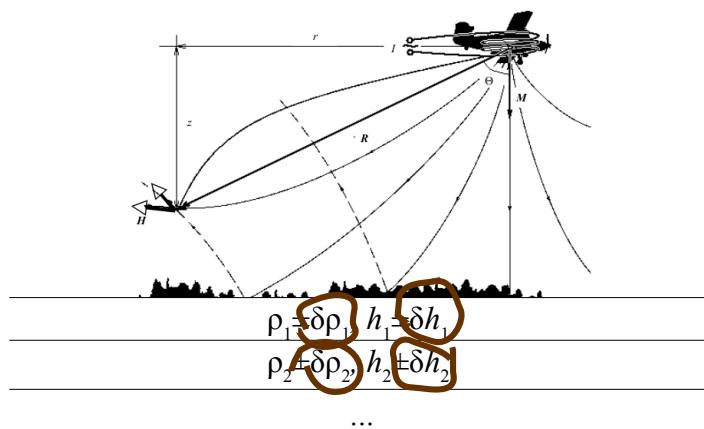
$$\mathbf{P}_j^- = \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{P}_{j-1}^+ \mathbf{A}_{j-1}^T + \mathbf{Q}_{j-1}, \quad \mathbf{A}_{j-1} = \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}}.$$

### 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\mathbf{x}_0], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\Delta \mathbf{x}_0 \Delta \mathbf{x}_0^T].$$



#### 1. ЭТАП ПРОГНОЗА

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^- = \mathbf{f}_{j-1}(\tilde{\mathbf{x}}_{j-1}^+),$$

$$\mathbf{P}_j^- = \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{P}_{j-1}^+ \mathbf{A}_{j-1}^T + \mathbf{Q}_{j-1}, \quad \mathbf{A}_{j-1} = \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}}.$$

#### 2. ЭТАП КОРРЕКЦИИ

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+} = \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} + \mathbf{K}_j^k (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})),$$

$$\mathbf{P}_j^{k+} = \left( \mathbf{I} - \mathbf{K}_j^k \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{P}_j^{k-},$$

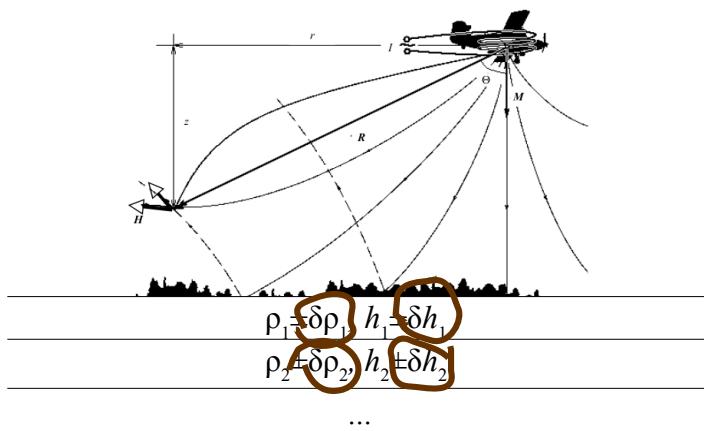
$$\mathbf{K}_j^k = \mathbf{P}_j^{k-} \left( \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left[ \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_j^{k-} \left( \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T + \mathbf{R}_j \right]^{-1}.$$

### 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{h}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{r}_j, \quad E[\mathbf{r}_j] = 0, \quad E[\mathbf{r}_j \mathbf{r}_k^T] = \mathbf{R}_j \delta_{jk},$$

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{f}_j(\mathbf{x}_j) + \mathbf{q}_j, \quad E[\mathbf{q}_j] = 0, \quad E[\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k^T] = \mathbf{Q}_j \delta_{jk}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_0^- = E[\mathbf{x}_0], \quad \mathbf{P}_0^- = E[\Delta \mathbf{x}_0 \Delta \mathbf{x}_0^T].$$



#### 1. ЭТАП ПРОГНОЗА

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^- = \mathbf{f}_{j-1}(\tilde{\mathbf{x}}_{j-1}^+),$$

$$\mathbf{P}_j^- = \mathbf{A}_{j-1} \mathbf{P}_{j-1}^+ \mathbf{A}_{j-1}^T + \mathbf{Q}_{j-1}, \quad \mathbf{A}_{j-1} = \frac{\partial \mathbf{f}_{j-1}}{\partial \mathbf{x}}.$$

#### 2. ЭТАП КОРРЕКЦИИ

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+} = \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} + \mathbf{K}_j^k (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})),$$

$$\mathbf{P}_j^{k+} = \left( \mathbf{I} - \mathbf{K}_j^k \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{P}_j^{k-},$$

$$\mathbf{K}_j^k = \mathbf{P}_j^{k-} \left( \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \left[ \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_j^{k-} \left( \frac{\partial \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T + \mathbf{R}_j \right]^{-1}.$$

#### ИТЕРАЦИИ ПО $k$

$$\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-} = \tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1+}, \quad \mathbf{P}_j^{k-} = \frac{\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1+})\|^2}{\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k-1-})\|^2} \mathbf{P}_j^{k-1-}.$$

$$\|\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+})\| = \sqrt{(\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+}))^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z}_j - \mathbf{h}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j^{k+}))}.$$

## 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

### МЕТОДЫ ИНВЕРСИИ

Simon, D. [2006] Optimal State Estimation. Kalman, H $\infty$  and Nonlinear Approaches. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Александров, В.В., Болтянский, В.Г., Лемак, С.С., Парусников, Н.А., Тихомиров, В.М. [2000] Оптимизация динамики управляемых систем: Учебное пособие. М.: МГУ.

LCI

laterally constrained  
inversion

VCI

vertically constrained  
inversion

SVD

singular value  
decomposition

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{S}^T \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{D}^T \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

### Фильтр Калмана

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \mathbf{P}^- \mathbf{H}^T [\mathbf{R} + \mathbf{H} \mathbf{P}^- \mathbf{H}^T]^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

## 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

### МЕТОДЫ ИНВЕРСИИ

Simon, D. [2006] Optimal State Estimation. Kalman,  $H_\infty$  and Nonlinear Approaches. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Александров, В.В., Болтянский, В.Г., Лемак, С.С., Парусников, Н.А., Тихомиров, В.М. [2000] Оптимизация динамики управляемых систем: Учебное пособие. М.: МГУ.

LCI

laterally constrained  
inversion

VCI

vertically constrained  
inversion

SVD

singular value  
decomposition

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{S}^T \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} + \mathbf{D}^T \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \\ [\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

### Фильтр Калмана

$$\tilde{\mathbf{x}}^+ = \tilde{\mathbf{x}}^- + \mathbf{P}^- \mathbf{H}^T [\mathbf{R} + \mathbf{H} \mathbf{P}^- \mathbf{H}^T]^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}^-)$$

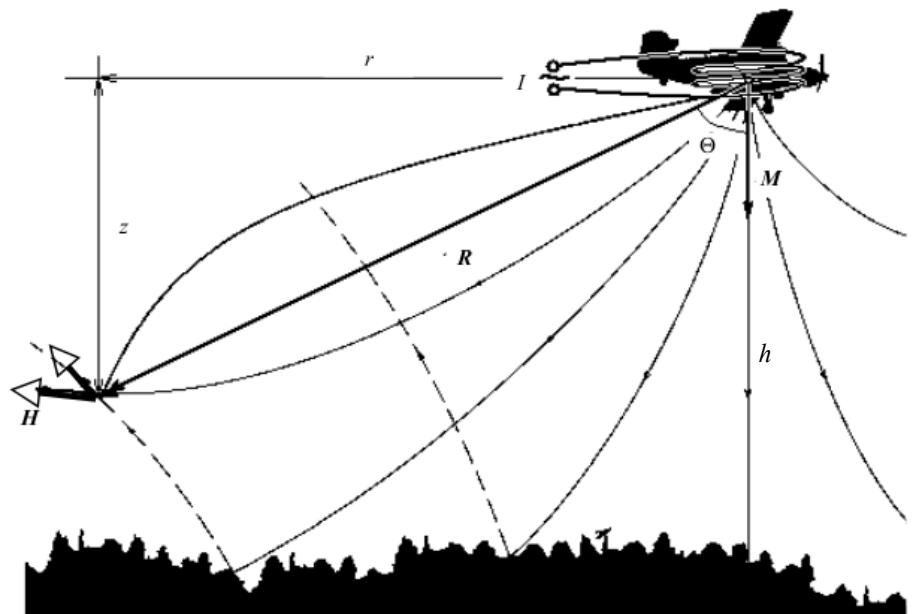
### Обеспечение вычислительной устойчивости

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}^T \mathbf{S} \text{ или } \mathbf{P} = \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \quad (\mathbf{P} = \mathbf{U}^T \mathbf{D} \mathbf{U})$$

## 4. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ: РАСЧЕТ КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ МЕТОДЫ ДВУМЕРНЫХ ПАЛЕТОК

Fraser, D.C. [1987] Layered-earth resistivity mapping: Fitterman, D.V. (Ed.),  
Developments and Applications of Modern Airborne Electromagnetic Surveys, US  
Geological Survey Bulletin, 33-41

1.  $\operatorname{Re} H_z, \operatorname{Im} H_z$
2.  $|H_z|, 2h-z$
3.  $\operatorname{Re} H_z, 2h-z$
4.  $\operatorname{Im} H_z, 2h-z$
5.  $\arg H_z, 2h-z$



## 4. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ: РАСЧЕТ КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ МЕТОДЫ ДВУМЕРНЫХ ПАЛЕТОК

Fraser, D.C. [1987] Layered-earth resistivity mapping: Fitterman, D.V. (Ed.),  
Developments and Applications of Modern Airborne Electromagnetic Surveys, US  
Geological Survey Bulletin, 33-41

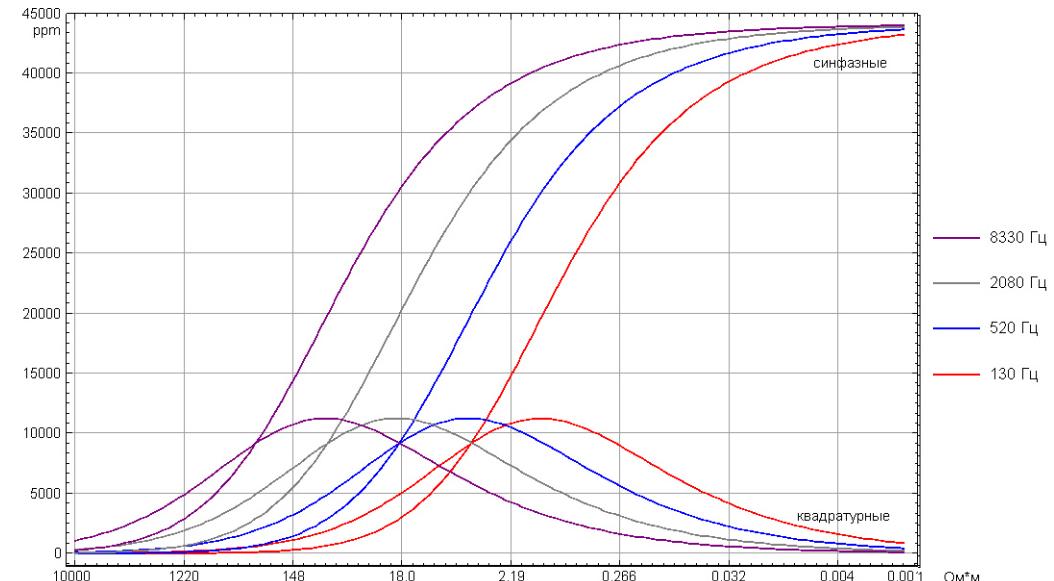
1.  $\operatorname{Re} H_z, \operatorname{Im} H_z$

2.  $|H_z|, 2h-z$

3.  $\operatorname{Re} H_z, 2h-z$

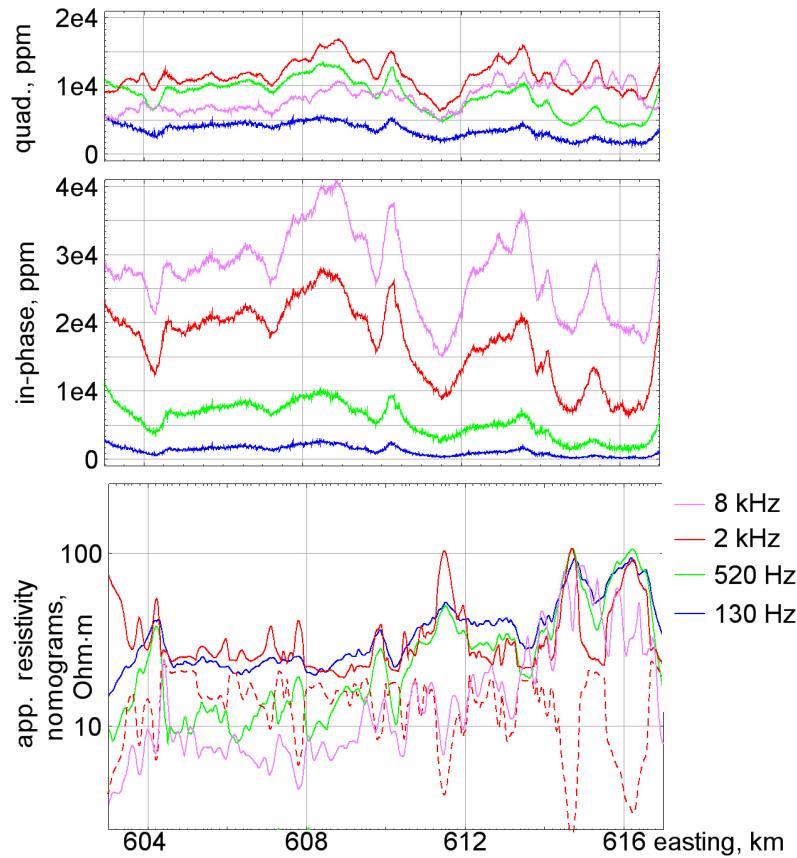
4.  $\operatorname{Im} H_z, 2h-z$

5.  $\arg H_z, 2h-z$



## 4. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ: РАСЧЕТ КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

### МЕТОДЫ ДВУМЕРНЫХ ПАЛЕТОК

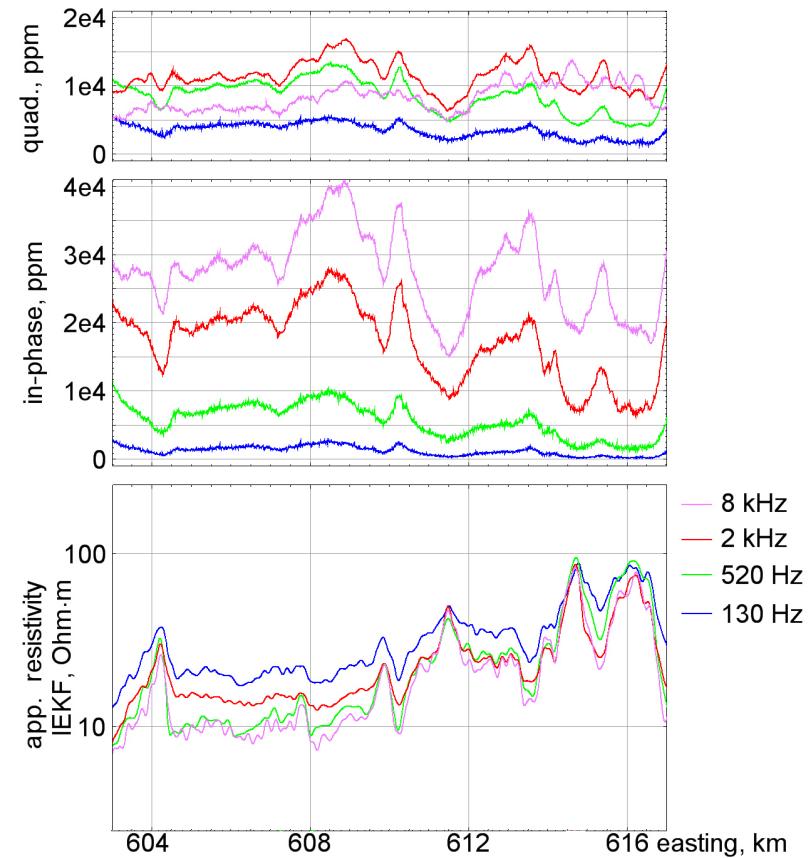
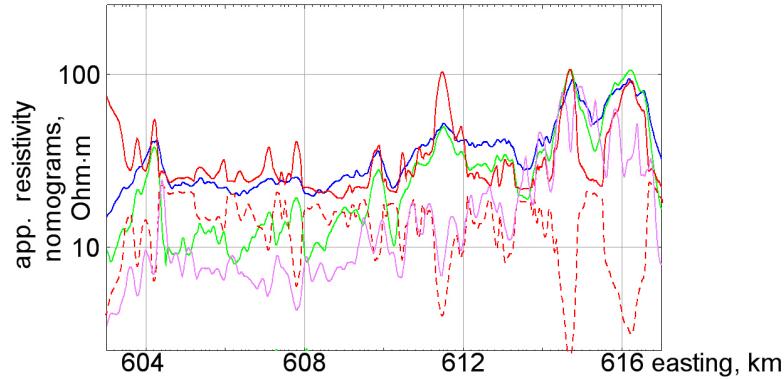


## 4. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ: РАСЧЕТ КАЖУЩИХСЯ СОПРОТИВЛЕНИЙ

### ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

$$\mathbf{z} = (\operatorname{Re} H_z, \operatorname{Im} H_z)$$

$$\mathbf{x} = (\rho)$$



## 5. ВЫВОДЫ

### ИТЕРАЦИОННЫЙ ОБОБЩЕННЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА

1. Не заменяет, но обобщает существующие методы инверсии, применяемые при первичной обработке данных аэроэлектроразведки.
2. Дает возможность использовать опыт современной теории оценивания: калмановское сглаживание, стохастические меры оцениваемости и т. п.
3. В задаче определения кажущегося удельного сопротивления позволяет избавиться от неоднозначности.



Рисунки: А.К. Волковицкий